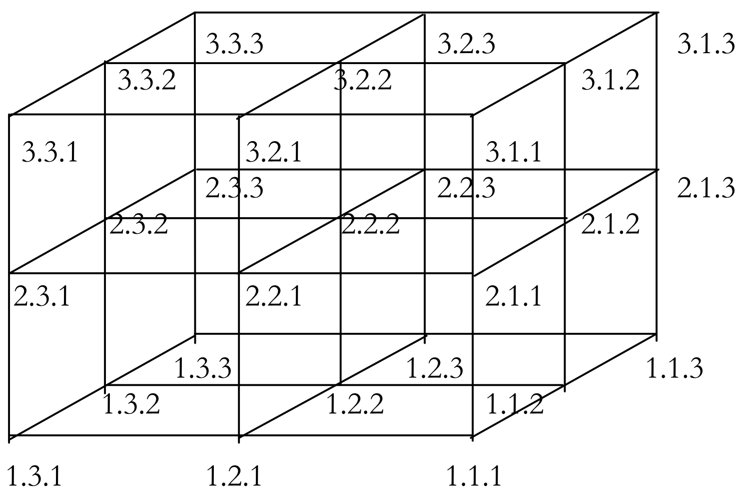
**Prof. Dr. Alfred Toth**

# Bi-Spuren und dreidimensionale Primzeichen

1. Nach Hans Michael Stiebing (1978, S. 77) kann man einen dreidimensionalen semiotischen Raum als dreifaches kartesisches Produkt der Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} mit sich selbst definieren;

3-sR = $\{1, 2, 3\}^3$,

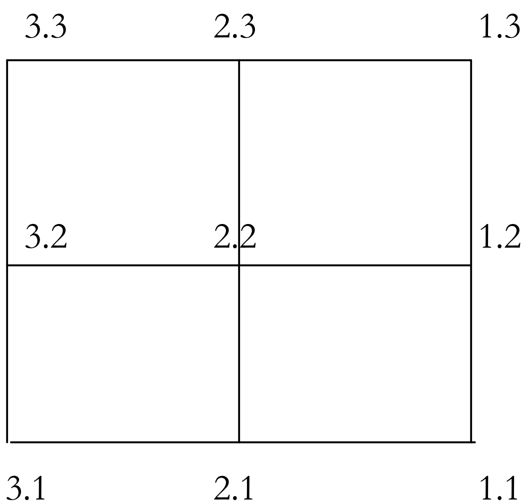
so dass also die Punkte des Kubus je durch ein Zahlentripel (x, y, z) mit x, y, z ∈ {1, 2, 3} gekennzeichnet sind:




Die Punkte dieses 3-stelligen Simplex sind also dreistellige Primzeichen der Form

3-PZ = (a.b.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

deren a-Wert jeweils die Dimension angibt, denn wir gehen aus von der folgenden zweidimensionalen Zeichenebene

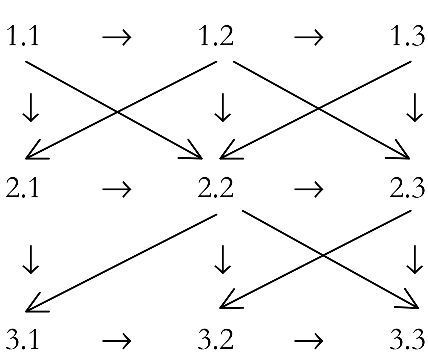



und projizieren diese Ebene mit steigendem a = 1, a = 2 und a = 3 auf drei Dimensionen. Z.B. bedeutet also (1.2.1) ein eindimensionales Icon, (2.3.2) einen zweidimensionalen Dicent und (3.1.3) ein dreidimensionales Legizeichen. (1.1.3) unterscheidet sich also von (1.3) dadurch, dass (1.1.3) sich mit Subzeichen anderer Dimensionen zu einer dreidimensionalen Zeichenrelation kombinieren lässt, was für (1.3) nicht der Fall ist. Man geht daher am besten aus von der folgenden dreidimensionalen triadischen Zeichenrelation

3-ZR = (a.3.b c.2.d e.3.f) mit a, ..., f $\in$ {1, 2, 3},

wobei also der pro Partialrelation erste Wert, d.h. a, c, e die Dimension, die Werte 3, 2, 1 die triadischen Hauptwerte und b, e, f die trichotomischen Stellenwerte bezeichnet.

2. Wenn wir nun zuerst die Vorgänger- und Nachfolger der zweidimensionalen Primzeichen der Form (3.a), (2.b), (1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} in der oben abgebildeten Zeichenebene bestimmen, bekommen wir (vgl. Toth 2008, S. 154):



| | | |
|---|---|---|
| V(1.1) = 0, N(1.1) = 3 | V(2.1) = 2, N(2.1) = 3 | V(3.1) = 2, N(3.1) = 1 |
| V(1.2) = 3, N(1.2) = 4 | V(2.2) = 4, N(2.2) = 4 | V(3.2) = 3, N(3.2) = 1 |
| V(1.3) = 3, N(1.3) = 2 | V(2.3) = 3, N(2.3) = 2 | V(3.3) = 3, N(3.3) = 0 |

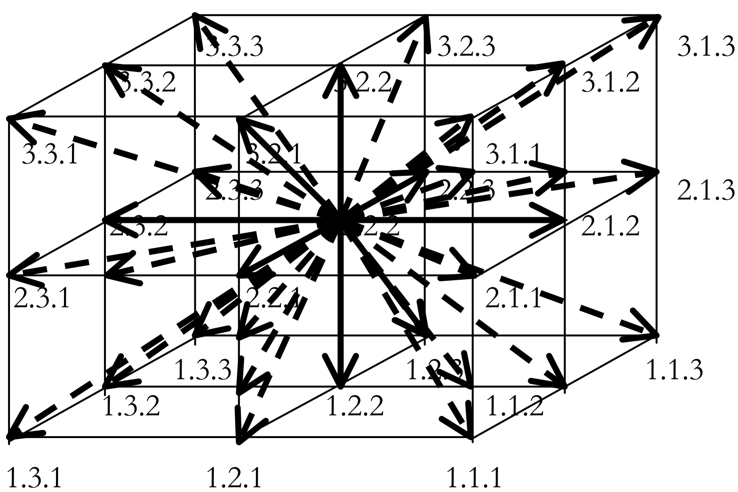
3. Ein beträchtlich komplizierteres System von Vorgängern und Nachfolgern ergibt sich bei dreidimensionalen Primzeichen. Abstrakt ausgedrückt kann ein Primzeichen die folgende maximale Menge von Nachfolgern (bzw., durch Vertauschung von + mit -, Vorgängern) haben:

$N_{max}$(PZ) = $N_{max}$(a.b.c)) = {(a+1.b.c), (a.b+1.c), (a.b.c+1), (a+2.b.c), (a.b+2.c), (a.b.c+2), (a+1.b+1.c), (a+1.b.c+1), (a.b+1.c+1), (a+1.b+2.c), (a+1.b.c+2), (a.b+2.c+2)}

Die minimale Menge von Nachfolgern (bzw. Vorgängern) ist danach

$N_{min}$(PZ) = {(a+1.b.c) ∨ (a.b+1.c) ∨ (a.b.c+1)}

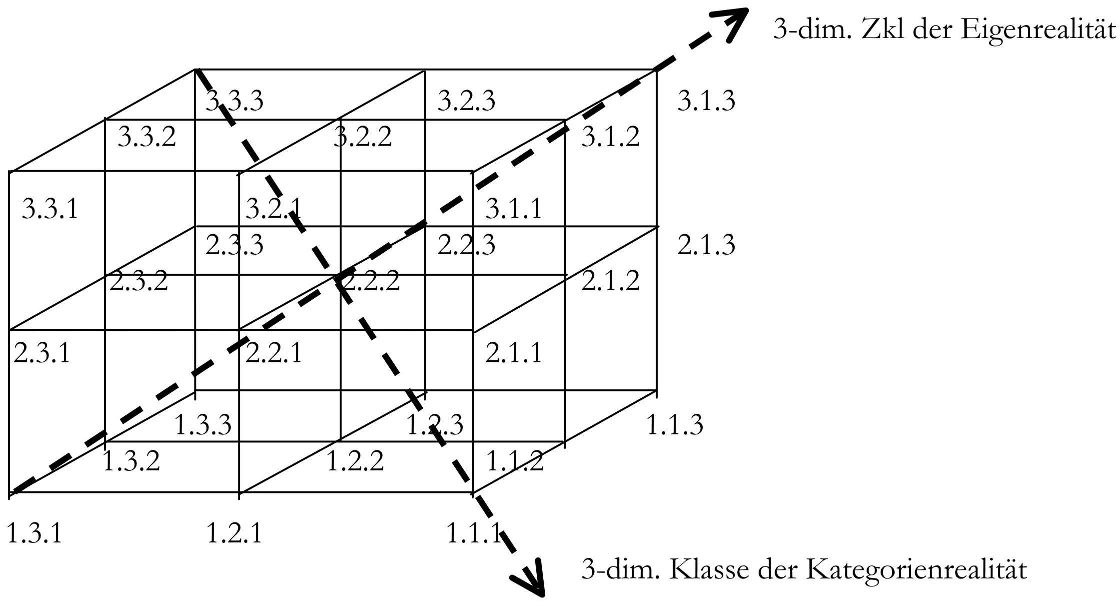
Nehmen wir als Beispiel die Anzahl der Vorgänger und Nachfolger von (2.2.2):



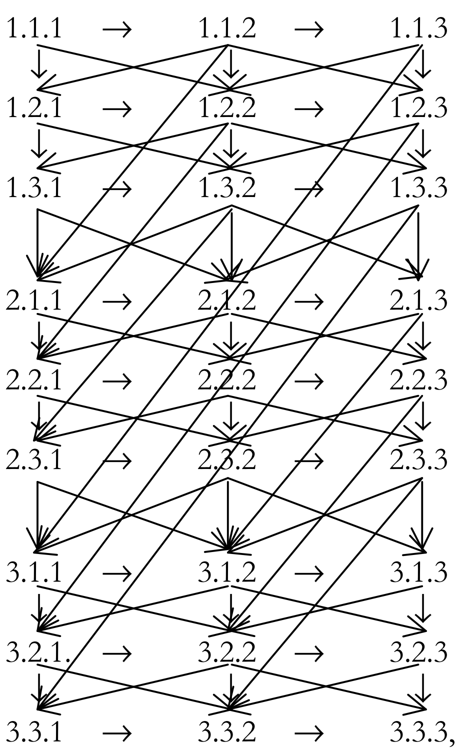

Wenn wir nur solche Nachfolger zulassen, welche durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, hat (2.2.2) also die folgenden 6 Nachfolger:

N(2.2.2) = {(1.2.2), (3.2.2), (2.3.2), (2.1.2), (2.2.1.), (2.2.3)},

deren Kanten im Bild ausgezogen sind. Wenn wir aber auch solche Nachfolger zulassen, welche nicht direkt durch Kanten mit (2.2.2) verbunden sind, dann ist (2.2.2), da er der zentrale Gitterpunkt des Kubus ist, mit allen 27 Punkten verbunden. Dieses Verfahren lässt sich dadurch legitimieren, dass der zweidimensionale Index (2.2) ja der Schnittpunkt der beiden Diagonalen der Zeichenebene, d.h. der eigenrealen (3.1 2.2 1.3) und der kategorienrealen (3.3. 2.2 1.1) Zeichenklasse ist. Ensprechende Verhältnisse finden sich nun auch im dreidimensionalen Zeichenraum:




Wenn man den Kubus auf zwei Dimensionen zurückprojiziert, ergibt sich folgendes interessante System von Vorgängern und Nachfolgern:



wobei die hier zu Spalten linearisierten Folgen dreidimensionaler Primzeichen also sowohl die horiziontalen wie die vertikalen Nachfolger (bzw. Vorgänger) des Zeichenkubus enthalten. Dreidimensionale Primzeichen haben also drei Haupttypen von Nachfolgern: 1. dimensionale Nachfolger, 2. triadische Nachfolger, 3. trichotomische Nachfolger.

4. Nun sind, wie Bense (1975, S. 167; 1983, S. 192 ff.) gezeigt hatte, die drei ersten Peano-Zahlen isomorph zur Peirceschen Zeichenrelation, denn es gilt

$PZ = (.1.) \rightarrow (.2.) \rightarrow (.3.)$

bzw.

$PZ = ((.1.) \rightarrow ((.2.) \rightarrow (.3.))),$

oder

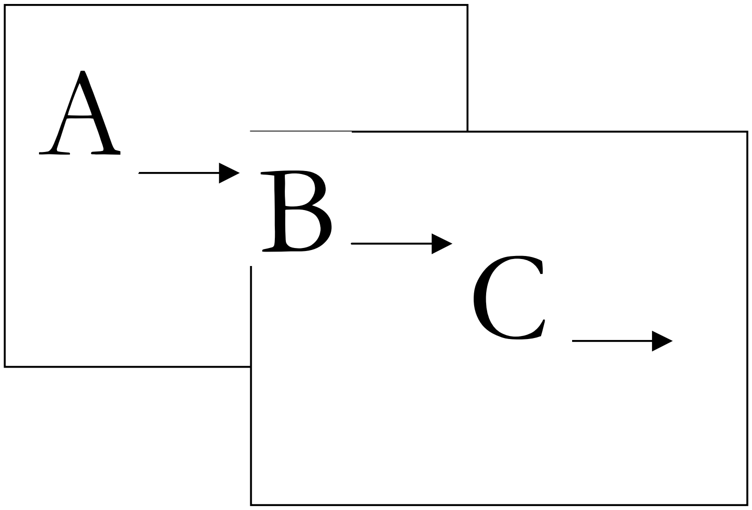
$(|) \subset (||) \subset (|||),$

sodass man hierauf die semiotische Spurentheorie anwenden kann (vgl. Toth 2009)

$SPZ = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_1 = (\alpha \rightarrow \beta \rightarrow \beta\alpha)$ für die Semiotik bzw.
$SPZ = 1_2 \rightarrow 2_3 \rightarrow 3_4 \rightarrow 4_5 \rightarrow ... = (\alpha_1 \rightarrow \alpha_2 \rightarrow \alpha_3 \rightarrow \alpha_4 \rightarrow),$

wobei PZ in der ersten Gleichung Primzeichen, in der zweiten Peano-Zahl bedeutet. Für Peano-Zahlen (und die Primzeichen als ihre Teilmenge) gilt also: Der Nachfolger (n+1) einer Spur $n = A_{B\rightarrow}$ besteht in der Vertauschung von Domäne und Codomäne von n.

5. Wenn man nun 3-dimensionale Primzeichen benutzen will, braucht man Bi-Spuren, worunter Spuren verstanden seien, deren Codomänen wiederum Spuren sind. Die allgemeine Form von Bi-Spuren ist also




Eine Bi-Spur ist eine Spur einer Spur, so zwar, dass sowohl Domäne als auch Codomäne der Bi-Spur eine Spur sind, wobei die Codomäne von A die Domäne von B ist. Wenn wir aus technischen Gründen Bi-Spuren wie folgt schreiben

$A_{\to B \to C}$,

dann kann man die Grundlfläche des Stiebingschen Zeichenkubus wie folgt in Form von Bi-Spuren notieren

$1_{\to 3 \to 3}$ $1_{\to 2 \to 3}$ $1_{\to 1 \to 3}$

$1_{\to 3 \to 2}$ $1_{\to 2 \to 2}$ $1_{\to 1 \to 2}$

$1_{\to 3 \to 1}$ $1_{\to 2 \to 1}$ $1_{\to 1 \to 1}$

**Bibliographie**

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975
Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983
Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978
Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008
Toth, Alfred, Kleine Arithmetik der Zeichen- und Objektspuren. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics (erscheint, 2009)

24.10.2009